

2009

Расчет и обоснование тарифов по страхованию жизни с условием выплаты страховой ренты ООО «ЖАСО-ЛАЙФ»

Исходными данными для расчета тарифов являются таблицы смертности (для мужчин и женщин отдельно) и инвалидности и таблицы выбытия по двум причинам (смерть и инвалидность) для ООО «ЖАСО-ЛАЙФ». Таблицы приведены в Приложении.

Согласно Правилам страхования страховщик гарантирует произвести страховую выплату при следующих страховых случаях:

- 1) выплату ренты в оговоренном договором страхования размере при дожитии до сроков выплаты ренты;
- 2) страхование на случай смерти застрахованного в течение срока действия договора страхования;
- 3) страхование на случай дожития застрахованного до окончания срока действия договора;

Договором страхования может быть предусмотрено освобождение от уплаты страховых взносов в случае постоянной утраты застрахованным лицом трудоспособности (инвалидность I, II группы) в результате несчастного случая или болезни.

Для выполнения обязательств страховщика по рискам страхования жизни необходимо сформировать три фонда:

- 1) фонд, предназначенный для осуществления выплат ренты;
- 2) фонд для осуществления страховой выплаты в случае смерти застрахованного до окончания срока действия договора;
- 3) фонд для осуществления страховой выплаты при дожитии застрахованного до окончания срока действия договора;

Ниже приведены формулы для стоимости этих фондов и расчета страховых тарифов (см., например, C.W. Jordan. Life contingencies. The Society of Actuaries. Chicago. Illinois, 2003)

1. Фонд, предназначенный для выплаты ренты.

Для обеспечения выплаты ренты в период действия договора страхования необходимо создать соответствующий фонд из страховых взносов. Рента выплачивается p раз в год в размере $1/p$ годовой суммы выплат *в начале* каждого периода продолжи-

тельностью в $1/p$ часть года (рента *пренумерандо*) в течение периода выплат. Согласно Правилам страхования рента начинает выплачиваться только после полной оплаты полиса страхования. Между окончанием периода уплаты страховой премии и началом периода выплаты страховой ренты может быть выжидательный период продолжительностью w лет.

При единовременной оплате полиса для ренты пренумерандо с единичной суммой выплат за год, выплачиваемой p раз в год, величина соответствующего фонда на момент начала страхования равна текущей стоимости всех выплат ренты:

$$l_x \cdot {}_{w|}\ddot{a}_{x:n-w}^{(p)} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{r=p \cdot w}^{p \cdot n - 1} v^{r/p} \cdot l_{x+r/p}$$

где x - возраст застрахованного в момент заключения договора, l_x - число доживших до возраста x . Величина единовременного нетто-взноса на одного застрахованного в возрасте x равна актуарной текущей стоимости отсроченной на w лет стандартной ренты пренумерандо:

$${}_{w|}\ddot{a}_{x:n-w}^{(p)} = \frac{1}{p} \cdot \sum_{r=p \cdot w}^{p \cdot n - 1} v^{r/p} \cdot \frac{l_{x+r/p}}{l_x} \quad (1)$$

С хорошей степенью точности формула (1) описывается с помощью коммутационных функций следующим выражением (C.W. Jordan. Life contingencies. The Society of Actuaries. Chicago. Illinois, 2003):

$${}_{w|}\ddot{a}_{x:n-w}^{(p)} = A_{x:w}^1 \cdot \ddot{a}_{x+w:n-w}^{(p)} = \frac{1}{D_x} \cdot [(N_{x+w} - N_{x+n}) - \frac{p-1}{2p} \cdot (D_{x+w} - D_{x+n})]$$

где $D_x = v^x \cdot l_x$, $v=1/(1+i)$ - годовой дисконтный множитель, i - годовая норма доходности, гарантируемая страховщиком (технический процент)

$$A_{x:w}^1 = \frac{l_{x+w}}{l_x} \cdot v^w = \frac{D_{x+w}}{D_x}$$

- актуарный дисконтный множитель.

$$N_x = \sum_{k=x}^{\omega} D_k$$

где ω - предельный возраст таблиц смертности.

При оплате полиса в *рассрочку* период оплаты полиса составляет m лет; тогда отсрочка начала выплаты ренты равна $m+w$ лет, а период выплат ренты равен $n-m-w$ лет,

соответственно. Актуарная текущая стоимость такой отсроченной на $m+w$ лет ренты пренумерандо равна:

$${}_{m+w|}\ddot{a}_{x:n-m-w}^{(p)} = A_{x:m+w}^1 \cdot \ddot{a}_{x+m+w:n-m-w}^{(p)} \cong \frac{1}{D_x} \cdot [(N_{x+m+w} - N_{x+n}) - \frac{p-1}{2p} \cdot (D_{x+m+w} - D_{x+n})] \quad (2)$$

Для пожизненной ренты имеем:

$${}_{m+w|}\ddot{a}_x^{(p)} = A_{x:m+w}^1 \cdot \ddot{a}_{x+m+w}^{(p)} \cong \frac{1}{D_x} \cdot [N_{x+m+w} - \frac{p-1}{2p} \cdot D_{x+m+w}]$$

2. Фонд для осуществления страховой выплаты в случае смерти застрахованного в период действия договора.

Величина суммарного единовременного нетто-взноса с единичной страховой суммы равна текущей стоимости страховых выплат, осуществляемых непосредственно после смерти застрахованного:

$$l_x \cdot \bar{A}_{x:n}^{-1} = \frac{i}{\ln(1+i)} \cdot \sum_{t=0}^{n-1} d_{x+t} \cdot v^t$$

где $d_x = l_x - l_{x+1}$ - число умерших в возрасте x лет. Тогда актуарная текущая стоимость выплат по смерти с единичной страховой суммой равна:

$$\bar{A}_{x:n}^{-1} = \frac{i}{\ln(1+i)} \cdot \frac{M_{x+n} - M_x}{D_x} \quad (3)$$

$$M_x = \sum_{t=0}^{\omega} v^{x+t+1} \cdot d_{x+t}$$

3. Фонд для выплат по дожитию.

Текущая стоимость всех выплат по дожитию до срока n лет для застрахованных в возрасте x , со страховой суммы, равной 1, равна:

$$l_x \cdot A_{x:n}^1 = l_{x+n} \cdot v^n$$

Отсюда актуарная текущая стоимость единичной выплаты по дожитию равна:

$$A_{x:n}^1 = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot v^n = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad (4)$$

4. Дожитие застрахованного лица до события (постоянной утраты застрахованным лицом трудоспособности (инвалидность I, II группы) в результате несчастного случая или болезни) с освобождением от уплаты страховых взносов в случае.

При включении в программу освобождения от уплаты страховых взносов при наступлении инвалидности 1 и 2 групп взносы будут уплачивать только те страхователи, кто не выбывает по причине смерти и инвалидности. Следовательно, для расчета текущей стоимости взносов используются составная таблица выбытия по двум причинам: по причине смерти и инвалидности.

Если в модели смертности (как модели выбытия) рассматривается лишь одна причина выбытия – смерть, то в модели выбытия по нескольким причинам мы можем отказаться от этой предпосылки и рассматривать более общую ситуацию с несколькими причинами выбытия. В частности, таблица выбытия по двум причинам (смерть и постоянная утрата общей трудоспособности по любой причине) является производной от двух таблиц: таблицы смертности и таблицы инвалидности (см. например, А.А. Кудрявцев. *Актuarная математика*. Издательство С.-Петербургского университета, 2005).

Если страховые взносы уплачиваются, начиная с возраста x в течение m лет, q раз в год в начале очередного периода продолжительностью $1/q$ года (рента пренумерандо) в размере $1/q$ части их годовой суммы, то актуарная текущая стоимость нетто-премии равна:

$$\ddot{a}_{x:m}^{(q)} = \frac{1}{q} \sum_{k=0}^{mq-1} \frac{(al)_{x+k/q}}{(al)_x} \cdot v^{k/q}, \quad (5)$$

где $(al)_x$ - число невыбывших до возраста x .

5. Расчет страхового тарифа.

Страховой тариф определяется как годовая сумма взносов (или единовременный взнос) с единицы страховой суммы.

При определении страхового тарифа применяется метод переменных комиссионных. Будем считать, что издержки приобретения (комиссионные) оплачиваются переменной рентой, административные расходы производятся равномерно в течение всего срока действия договора (n лет), расходы по сбору платежей - в течение периода

уплаты взносов (m лет). Уравнение для определения размера ежегодной брутто-премии с единичной страховой суммы имеет вид баланса: ожидаемая текущая стоимость страховой брутто-премии равна сумме ожидаемых текущих стоимостей страховых выплат и издержек на момент начала договора (см., например, В.Б.Кутуков. Основы финансовой и страховой математики. - М.: Дело, 1998; с.200-202):

$$A_x + P_b \cdot \sum_{k=0}^{m-1} \frac{l_{x+k}}{l_x} \cdot v^k \cdot f_k + \gamma \cdot \bar{a}_{x:\overline{m}|} + \beta \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} \quad (6)$$

1. Актуарная текущая стоимость выплат по соответствующему виду риска A_x , см. формулы (2) – (4).

2. Издержки приобретения (комиссионные): $P_b \cdot \sum_{k=0}^{m-1} \frac{(al)_{x+k}}{(al)_x} \cdot v^k \cdot f_k$ - переменная рента комиссионных платежей страховому агенту, f_k - доля агентских комиссионных для k - го года оплаты договора страхования.

Издержки определяются в долях брутто-премии f_k в соответствии со структурой тарифной ставки.

$$f_m^\alpha = \frac{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(al)_{x+k}}{(al)_x} \cdot v^k \cdot f_k}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}},$$

где f_m^α - уровень комиссионного вознаграждения (уровень цильмеризации), соответствующий сроку оплаты m , равный отношению актуарных текущих стоимостей комиссионных сборов и брутто-премии.

3. Расходы по сбору платежей: $\beta \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|}$. Издержки определяются в долях брутто-премии β в соответствии со структурой тарифной ставки.

4. Административные издержки: $\gamma \cdot \bar{a}_{x:\overline{m}|}$. Предполагается, что административные издержки равномерно распределены в течение всего срока действия договора. В целях расчета страхового тарифа издержки определяются в долях брутто-премии f^γ в соответствии со структурой тарифной ставки.

$$f^\gamma \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = \gamma \cdot \bar{a}_{x:\overline{m}|}$$

Представим выражение (6) в следующем виде:

$$A_x + P_b \cdot f_m^\alpha \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + f^\gamma \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} + \beta \cdot P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = P_b \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} \quad (7)$$

Выразим из уравнения (7) ежегодный брутто-взнос:

$$P_b = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|} \cdot (1 - f_m^\alpha - f^\gamma - \beta)} = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|} \cdot (1 - f_m)}, \quad (8)$$

где $f_m = f_m^\alpha + f^\gamma + \beta$ - нагрузка в структуре тарифной ставки (см. Структура тарифных ставок по страхованию жизни с условием выплаты страховой ренты).

Годовая страховая нетто-премия по каждому риску определяется как частное от деления величины единовременного взноса на коэффициент рассрочки $\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(q)}$:

$$P_n = P_b \cdot (1 - f_m) = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(q)}} \quad (9)$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(q)} = \frac{1}{q} \cdot \sum_{k=0}^{m \cdot q - 1} v^{k/q} \cdot \frac{(al)_{x+k}}{(al)_x} - \text{актуарная текущая стоимость стандартной страховой}$$

ренты взносов, уплачиваемой q раз в год в начале очередного периода продолжительностью $1/q$ года (рента пренумерандо) в размере $1/q$ части их годовой суммы в течение периода уплаты взносов m .

Величина актуарной текущей стоимости выплат A_x для каждого риска определяется формулами (2) – (4).

Для единичной страховой суммы имеем:

1. По страхованию ренты

$$P_n = \frac{m+w \cdot \ddot{a}_{x:n-m-w}^{(p)}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(q)}} \quad (10)$$

2. По страхованию на случай смерти

$$P_n = \frac{\overline{A}_{x:\overline{m}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(q)}} \quad (11)$$

3. По страхованию на дожитие

$$P_n = \frac{A_{x:\overline{m}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(q)}} \quad (12)$$

Для единичной страховой суммы при единовременной уплате премии:

$$P_n = \frac{A_x}{(1-f)} \quad (13)$$

Приложение

Таблица 1. Таблица инвалидности и составная таблица выбытия для мужчин и женщин в от-
дельности для застрахованных.

Возраст	Вероятность получить инва- лидность 1 и 2 групп в возрасте x в течение года	Вероятность умереть в возрасте x в течение года (муж- чины)	Составная вероятность выбытия (мужчины)	Вероятность умереть в возрасте x в течение года (жен- щины)	Составная вероятность выбытия (женщины)
x	$qx (dis)$	qx	$(aq)x$	qx	$(aq)x$
0	0,00682	0,02240	0,02907	0,01622	0,02293
1	0,00610	0,00219	0,00828	0,00186	0,00795
2	0,00538	0,00117	0,00654	0,00095	0,00632
3	0,00468	0,00083	0,00551	0,00058	0,00526
4	0,00403	0,00076	0,00478	0,00054	0,00456
5	0,00344	0,00071	0,00415	0,00047	0,00391
6	0,00294	0,00069	0,00363	0,00039	0,00333
7	0,00255	0,00072	0,00327	0,00038	0,00292
8	0,00225	0,00070	0,00295	0,00034	0,00258
9	0,00202	0,00063	0,00265	0,00031	0,00233
10	0,00186	0,00057	0,00243	0,00030	0,00216
11	0,00174	0,00053	0,00226	0,00030	0,00203
12	0,00164	0,00053	0,00217	0,00030	0,00194
13	0,00155	0,00059	0,00214	0,00032	0,00187
14	0,00147	0,00067	0,00214	0,00034	0,00181
15	0,00139	0,00081	0,00220	0,00038	0,00177
16	0,00133	0,00099	0,00232	0,00047	0,00180
17	0,00127	0,00124	0,00251	0,00052	0,00179
18	0,00122	0,00160	0,00282	0,00059	0,00182
19	0,00118	0,00171	0,00290	0,00060	0,00178
20	0,00115	0,00183	0,00298	0,00062	0,00177
21	0,00113	0,00204	0,00317	0,00058	0,00170
22	0,00111	0,00213	0,00324	0,00060	0,00171
23	0,00111	0,00222	0,00332	0,00059	0,00169
24	0,00110	0,00231	0,00341	0,00062	0,00172
25	0,00111	0,00241	0,00352	0,00066	0,00177
26	0,00112	0,00249	0,00361	0,00070	0,00182
27	0,00113	0,00261	0,00374	0,00067	0,00180
28	0,00115	0,00277	0,00392	0,00078	0,00194
29	0,00118	0,00292	0,00410	0,00080	0,00197
30	0,00121	0,00303	0,00423	0,00081	0,00201
31	0,00124	0,00309	0,00432	0,00090	0,00213
32	0,00127	0,00323	0,00449	0,00096	0,00223
33	0,00131	0,00347	0,00477	0,00104	0,00234
34	0,00134	0,00369	0,00503	0,00112	0,00246
35	0,00138	0,00392	0,00530	0,00124	0,00261
36	0,00142	0,00408	0,00549	0,00127	0,00269
37	0,00146	0,00434	0,00579	0,00135	0,00281

38	0,00151	0,00441	0,00592	0,00144	0,00295
39	0,00158	0,00472	0,00629	0,00152	0,00310
40	0,00168	0,00503	0,00670	0,00169	0,00337
41	0,00182	0,00558	0,00738	0,00186	0,00368
42	0,00200	0,00636	0,00835	0,00217	0,00417
43	0,00223	0,00668	0,00890	0,00231	0,00454
44	0,00250	0,00701	0,00949	0,00245	0,00494
45	0,00278	0,00781	0,01057	0,00268	0,00546
46	0,00310	0,00863	0,01170	0,00293	0,00602
47	0,00348	0,00971	0,01316	0,00324	0,00671
48	0,00397	0,01062	0,01455	0,00360	0,00756
49	0,00460	0,01153	0,01608	0,00374	0,00833
50	0,00540	0,01247	0,01780	0,00447	0,00984
51	0,00640	0,01326	0,01957	0,00478	0,01114
52	0,00763	0,01449	0,02201	0,00520	0,01279
53	0,00911	0,01526	0,02423	0,00562	0,01468
54	0,01075	0,01681	0,02738	0,00617	0,01686
55	0,01246	0,01830	0,03053	0,00688	0,01925
56	0,01411	0,01993	0,03376	0,00774	0,02174
57	0,01562	0,02171	0,03699	0,00812	0,02362
58	0,01688	0,02376	0,04023	0,00878	0,02550
59	0,01777	0,02579	0,04310	0,00999	0,02758
60	0,01820	0,02738	0,04508	0,01075	0,02875
61	0,01820	0,02922	0,04689	0,01191	0,02989
62	0,01820	0,03187	0,04949	0,01341	0,03136
63	0,01820	0,03363	0,05122	0,01498	0,03291
64	0,01820	0,03607	0,05361	0,01652	0,03442
65	0,01820	0,03887	0,05637	0,01841	0,03627
66	0,01820	0,04184	0,05928	0,02023	0,03806
67	0,01820	0,04486	0,06224	0,02168	0,03949
68	0,01820	0,04814	0,06546	0,02377	0,04154
69	0,01820	0,05201	0,06926	0,02600	0,04373
70	0,01820	0,05648	0,07365	0,02893	0,04661
71	0,01820	0,06169	0,07877	0,03279	0,05039
72	0,01820	0,06724	0,08421	0,03743	0,05494
73	0,01820	0,07270	0,08958	0,04112	0,05857
74	0,01820	0,07737	0,09417	0,04510	0,06248
75	0,01820	0,08248	0,09918	0,05110	0,06837
76	0,01820	0,08828	0,10487	0,05699	0,07415
77	0,01820	0,09528	0,11174	0,06258	0,07965
78	0,01820	0,10256	0,11889	0,06954	0,08647
79	0,01820	0,11166	0,12783	0,07724	0,09404
80	0,01820	0,11924	0,13527	0,08516	0,10181
81	0,01820	0,12807	0,14393	0,09493	0,11140
82	0,01820	0,14010	0,15575	0,10595	0,12222
83	0,01820	0,15369	0,16910	0,11716	0,13323
84	0,01820	0,16094	0,17621	0,12809	0,14396
85	0,01820	0,17145	0,18653	0,13901	0,15468
86	0,01820	0,19007	0,20481	0,15280	0,16822
87	0,01820	0,20384	0,21833	0,16915	0,18428
88	0,01820	0,21872	0,23294	0,18168	0,19658
89	0,01820	0,23448	0,24842	0,19525	0,20990
90	0,01820	0,23891	0,25276	0,20834	0,22275

91	0,01820	0,24244	0,25623	0,21320	0,22752
92	0,01820	0,25984	0,27331	0,22130	0,23547
93	0,01820	0,27287	0,28610	0,23024	0,24425
94	0,01820	0,28280	0,29585	0,24124	0,25505
95	0,01820	0,29985	0,31259	0,26960	0,28290
96	0,01820	0,31478	0,32725	0,28529	0,29830
97	0,01820	0,32813	0,34035	0,30110	0,31382
98	0,01820	0,34419	0,35612	0,31796	0,33037
99	0,01820	0,35461	0,36636	0,33381	0,34594
100	0,01820	0,37363	0,38503	0,34989	0,36172
101	0,01820	0,38596	0,39714	0,36877	0,38026
102	0,01820	0,40000	0,41092	0,38421	0,39542
103	0,01820	0,42857	0,43897	0,40171	0,41260
104	0,01820	0,41667	0,42728	0,42857	0,43897
105	0,01820	0,42857	0,43897	0,45000	0,46001
106	0,01820	0,50000	0,50910	0,50000	0,50910
107	0,01820	0,50000	0,50910	0,54545	0,55373
108	0,01820	1,00000	1,00000	0,60000	0,60728
109	0,01820	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
110	0,01820	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

И.о. Генерального директора

Кудряшова Н.В.



Исполнитель: Панов С.А. 627-55-92